

Chain Ladder-Verfahren

Prof. Dr. Dietmar Pfeifer, Universität Oldenburg

Dr. Doreen Straßburger, eAs efficient actuarial solutions GmbH

Das Chain Ladder-Verfahren (Strickleiter-Verfahren) ist das am weitesten verbreitete Verfahren zur Bestimmung von Spätschadenreserven und dient als Grundlage zahlreicher Verallgemeinerungen (Borhuetter-Ferguson, Cape Cod u.a.).

Grundlegendes zum Chain Ladder-Verfahren

In der Praxis erfolgt die Schadenreservierung meist auf Grundlage sogenannter *Abwicklungsdreiecke*, wobei zwischen *Schadenzuwächsen* und *Schadenständen* unterschieden wird. Im Abwicklungsdreieck werden die abzuwickelnden Schäden eines Anfalljahres zusammen mit den Abwicklungsdaten mehrerer Anfalljahre dargestellt. Die Regulierung der Schäden eines Anfalljahres kann sich dabei von der Entstehung im Anfalljahr bis zur abschließenden Abwicklung über mehrere Abwicklungsjahre erstrecken. Es wird angenommen, dass die Geschäftsjahre mit den Kalenderjahren übereinstimmen. Das Abwicklungsdreieck enthält dabei für jedes Anfalljahr und jedes Abwicklungsjahr die Gesamtheit aller geleisteten Zahlungen.

Formal beschreibt man die anfallenden Zahlungen durch eine Familie $\{Z_{i,k}\}_{i,k \in \{0,1,\dots,n\}}$ von Zufallsvariablen. $Z_{i,k}$ definiert die

Schadenzuwächse im (relativen) Abwicklungsjahr k für Schäden aus dem (relativen) Anfalljahr i . Die Zahlung $Z_{i,k}$ erfolgt somit im (relativen) Kalenderjahr $i+k$. Man geht davon aus, dass die Zuwächse für $i+k \leq n$ beobachtbar und für $i+k > n$ nicht beobachtbar sind unter der Annahme, dass die Regulierung jedes Schadens im selbigen Anfalljahr oder innerhalb der n folgenden Kalenderjahre erfolgt. Die beobachtbaren Schadenzuwächse können dann in einem Abwicklungsdreieck $\{Z_{i,k}\}_{i+k \leq n}$ dargestellt werden. Werden die beobachtbaren Schadenzuwächse um die zukünftigen nicht beobachtbaren Schadenzuwächse ergänzt, erhält man das sogenannte *Abwicklungsquadrat*.

Beispiel:

Einem Versicherungsunternehmen liegen aus den letzten 6 Jahren folgende Informationen zu Schadenzahlungen aus der Sparte Kfz-Haftpflicht vor (in Mio. €):

Anfalljahr	Abwicklungsjahr (Schadenzuwächse)					
	2003	2004	2005	2006	2007	2008
2003	383	531	299	230	183	51
2004		468	641	233	187	132
2005			248	302	223	185
2006				267	306	253
2007					223	304
2008						222

Zum Beispiel wurden für Schäden aus dem Anfalljahr 2006 noch im selben Jahr Schadenzahlungen von 267 Mio. Euro fällig. In den folgenden Abwicklungsjahren erfolgten dann Zahlungen in Höhe von 306 Mio. Euro (2007) bzw. 253 Mio. Euro (2008).

Anhand des obigen Abwicklungsdreieckes ist ein Abwicklungsmuster erkennbar: die bisher geleisteten Zahlungen im zweiten Abwicklungsjahr nach Eintritt des Schadens fallen am höchsten aus und nehmen dann in den Folgejahren langsam ab. Dabei ist dieser Effekt durch die gewählte Darstellungsform nicht deutlich erkennbar. Jedoch sind Trendstrukturen und Abwicklungsmuster wesentliche Indikatoren für die Höhe der zukünftigen Zahlungen und die dadurch erforderlichen Spätschadenreserven. Aus diesem Grund werden die absoluten Abwicklungsdreiecke (Basis: Kalenderjahre) fast immer als relative Abwicklungsdreiecke (Verzögerungen in Bezug auf die Anfall- bzw. Abwicklungsjahre) behandelt und man erhält das folgende Abwicklungsdreieck mit den nicht-kumulierten Zahlungen für obiges

Beispiel:

Anfalljahr i	Abwicklungsjahr k (Schadenzuwächse)					
	0	1	2	3	4	5
0	383	531	299	230	183	51
1	468	641	233	187	132	
2	248	302	223	185		
3	267	306	253			
4	223	304				
5	222					

Dieses Abwicklungsdreieck enthält die beobachtbaren Schadenzuwächse in den relativen Abwicklungsjahren für die relativen Anfalljahre und bildet die Basis für alle weiteren Betrachtungen (engl.: *run-off-triangle*). $i + k$ bezeichnet hier das *relative Kalenderjahr*, mit $n = 5$.

Aufgrund dieser Darstellung befinden sich jetzt die letzten geleisteten Schadenszahlungen im Jahr 2008 für die Anfalljahre 2003 - 2008 auf der (gelb markierten) Hauptdiagonalen.

Um die Spätschadenreserve mit der Chain Ladder-Methode ermitteln zu können, benötigt man die *Schadenstände*

$$S_{i,k} := \sum_{l=0}^k Z_{i,l}$$

wobei vorausgesetzt sei, dass die $S_{i,k}$ ausschließlich positive Werte annehmen und (schwach) monoton wachsend in k sind. Die *Schadenzuwächse* $Z_{i,k}$ sind dann wie folgt gegeben:

$$Z_{i,k} = \begin{cases} S_{i,0} & \text{falls } k = 0, \\ S_{i,k} - S_{i,k-1} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Größen $S_{i,k}$ bezeichnen dabei die *kumulierten Jahresschäden*, d.h. die im Anfalljahr i bis zum Abwicklungsjahr k saldieren (gemeldeten oder bezahlten) Schäden. Die Schadenzahlungen erfolgen dann in den Kalenderjahren $q \in \{i, \dots, i+k\}$. Wie bei

den Schadenzuwachsen angenommen, sind auch die Schadenstände $S_{i,k}$ für $i+k \leq n$ beobachtbar und für $i+k > n$ nicht beobachtbar. Auch die beobachtbaren Schadenstände lassen sich wie oben in einem Abwicklungsdreieck $\{S_{i,k}\}_{i+k \leq n}$ darstellen. $S_{i,n}$

bezeichnet dabei den *Endschadenstand* im Anfalljahr i und $S_{i,n-i}$ den *letzten*

beobachtbaren Schadenstand. Die Endschadenstände sind mit Ausnahme des Anfalljahres $i=0$ nicht beobachtbar.

Letztendlich befinden sich auf der (gelb markierten) Diagonalen die aktuellen letzten Schadenstände.

Für die Schadenstände des **Beispiels** erhält man als *kumulierte Jahresschäden*:

Anfalljahr i	Abwicklungsjahr k (Schadenstände)					
	0	1	2	3	4	5
0	383	914	1213	1443	1626	1677
1	468	1109	1342	1529	1661	
2	248	550	773	958		
3	267	573	826			
4	223	527				
5	222					

Die Vervollständigung dieses Abwicklungsdreiecks zu einem Abwicklungsquadrat geschieht beim Chain Ladder-Verfahren über *Abwicklungsfaktoren*, die folgendermaßen definiert sind:

$$f_k := \frac{\sum_{j=0}^{n-k} S_{j,k}}{\sum_{j=0}^{n-k} S_{j,k-1}}, \quad k = 1, \dots, n.$$

Sie stellen im Prinzip das gewichtete Verhältnis zwischen zwei benachbarten Spalten dar und beschreiben damit in gewisser Weise das mittlere Wachstum der Schadenstände in aufeinander folgenden Abwicklungsjahren. Die Auffüllung des Abwicklungsdreiecks geschieht nun durch sukzessive Multiplikation der Diagonalelemente $S_{i,n-i}$ mit den Abwicklungsfaktoren f_{n-i+1}, \dots, f_k mit $i, k \in \{0, 1, \dots, n\}$, $i+k \geq n$. Im obigen **Beispiel** erhält man so etwa

Solvency II kompakt

Das aktuelle Kompetenzportal zu Solvency II

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{914 + 1.109 + 550 + 573 + 527}{383 + 468 + 248 + 267 + 223} \\
 &= \frac{3.673}{1.589} = 2,3115.
 \end{aligned}$$

Die nachfolgende Graphik zeigt die gesamten Abwicklungsfaktoren in der unteren Zeile sowie die Vervollständigung des Abwicklungsdreiecks nach dem Chain Ladder – Verfahren (graue Felder).

Anfalljahr i	Abwicklungsjahr k (Schadenstände)						benötigte Reserve
	0	1	2	3	4	5	
0	383	914	1.213	1.443	1.626	1.677	-
1	468	1.109	1342	1.529	1.661	1.713	52
2	248	550	773	958	1.060	1.093	135
3	267	573	826	975	1.079	1.113	287
4	223	527	696	822	909	937	410
5	222	513	678	800	885	913	691
f_k	—	2,3115	1,3204	1,1809	1,1060	1,0314	Summe: 1.575

Die in der letzten Spalte des Abwicklungsdreiecks notierten Schadenstände heißen auch *Ultimates*. Die benötigte Reserve je Anfalljahr i ergibt sich

jetzt aus der Differenz des Ultimates und des Diagonalelements in Zeile i (blaue Felder). Durch Saldierung aller Einzelreserven ergibt sich die benötigte *Gesamtreserve*.

Besonderheiten in der Delegierten Verordnung

Aufgrund der marktnahen Bewertung aller Bilanzpositionen unter Solvency II sind die in den Folgejahren anfallenden Zahlungen grundsätzlich mit den von EIOPA vorgegebenen Zinsstrukturkurven (risikolos, Zinsanstieg, Zinsrückgang) zu diskontieren. Dies ist bei der Anwendung des Chain Ladder-Verfahrens zu berücksichtigen. Die Ultimates entsprechen damit den *Barwerten* des aus der Abwicklung resultierenden Zahlungsstroms. Allerdings geht durch die nur auf die Diagonale in gleicher Weise wirkende Diskontierung die zeitliche Vergleichbarkeit in der Abwicklung verloren. Es bietet sich daher an, das Chain Ladder-Verfahren zunächst ohne Diskontierung durchzuführen und anschließend die aus dem Abwicklungsquadrat ermittelten Zuwächse zu diskontieren. Die Einzelreserven und die Gesamtreserve können abschließend wie oben errechnet werden.

Für die einzelnen Geschäftsfelder des versicherungstechnischen Risikos wird dabei ein Zeitraum zu Grunde gelegt, der für eine vollständige Abwicklung benötigt wird. Reichen die Daten des Versicherungsunternehmens hier nicht aus, sind statistisch motivierte Verlängerungen der Abwicklungsdreiecke vorzunehmen (sog. Nachläufe auf der Basis nichtlinearer Regressionsansätze).

Der GDV hat in Zusammenarbeit mit der Deutschen Aktuarvereinigung und der TU Dresden im Jahr 2008 eine umfangreiche Broschüre mit dem Titel „Methoden zur Schätzung von Schaden- und Prämienrückstellungen“ herausgegeben, die auf die genannten Punkte sehr ausführlich eingeht.