

Naturgefahrenmodelle

Die weitaus größten Risiken in der Schadenversicherung gehen weltweit auf regelmäßig wiederkehrende Naturkatastrophen wie Stürme, Überschwemmungen oder Erdbeben zurück. Erstversicherungsunternehmen beteiligen fast immer einen oder mehrere Rückversicherer an Schäden dieser Art, wodurch eine weltweite *Diversifizierung* dieser Risiken erfolgt, ohne die eine stabile Versicherungswirtschaft gar nicht möglich wäre.

Geophysikalische Simulationsmodelle

In der Praxis haben sich in der jüngeren Vergangenheit Risiko-Analysen auf der Basis so genannter *geophysikalischer Modelle* als sehr effizient herausgestellt, bei denen die jährlichen Schadenfrequenzen und Einzelschadenhöhen im Rahmen eines geeigneten *kollektiven Modells der Risikotheorie* hinterlegt sind. Oft liegen für die einzelnen Naturgefahren historische Szenarien (*Historic Event Sets*) vor, die homogenen Teilkollektiven eines Poisson-Frequenzmodells entsprechen. Durch stochastische Perturbationen der zusammen mit den Szenarien hinterlegten geophysikalischen Parameter wie Windrichtung, Zugbahn, Wind-

geschwindigkeit, Sturmdauer, Lage der Epizentren von Erdbeben, Art und Stärke der Schockwellenausbreitung usw. lassen sich hieraus leicht weitere repräsentative, virtuelle Szenarien generieren (*Stochastic Event Sets*), die mühelos 50.000 und mehr Einträge umfassen können. Wählt man unter diesen Szenarien diejenigen aus, die ein bestimmtes Versicherungskollektiv tangieren (z.B. die gegen Sturmschäden oder Überschwemmung versicherten Gebäude einer Versicherungsgesellschaft in Norddeutschland), lassen sich auf diese Weise mit dem Computer alle wesentlichen Aspekte der Schadenverteilung für das Kollektiv berechnen oder simulieren.

Mathematische Struktur eines geophysikalischen Modells

Die Basis-Version eines geophysikalischen Modells mit Poisson-Frequenzen ist durch zwei wesentliche Eingabeparameter gekennzeichnet:

- Der typische oder durchschnittliche Schaden L_j (*Loss*), der bei jeder Realisation des Szenarios j eintritt.

- Der Schadenfrequenz-Parameter λ_j (*Rate*), d.h. die erwartete Anzahl des wiederholten Eintretens des Szenarios j pro Jahr.

Eine Auflistung dieser Parameter in tabellarischer Form wird üblicherweise als *Event Loss Table* (ELT) bezeichnet.

Da die Schadenfrequenzen λ_j in realen geophysikalischen Modellen relativ klein ausfallen (typischerweise deutlich unterhalb von 1), stimmen sie auf Grund der Formeln für die Poisson-Verteilung in sehr guter Näherung mit der Eintrittswahrscheinlichkeit des Szenarios j überein.

Das Formelwerk eines geophysikalischen Modells

In der Versicherungstechnik – insbesondere im Hinblick auf eine sinnvolle Rückversicherungsstruktur – sind die folgenden Schadentypen besonders interessant:

- Der Jahres-Gesamtschaden S (*Aggregate Loss*) und
- Der Jahres-Maximalschaden M , der auch als Ereignisschaden (*Occurrence Loss*) bezeichnet wird.

Es hat sich eingebürgert, diese beiden Schadentypen durch die jeweilige komplementäre Verteilungsfunktion (Überschreitungswahrscheinlichkeit) zu beschreiben, also

$$AEP(x) = P(S > x)$$

und

$$OEP(x) = P(M > x)$$

für $x > 0$.

Hierbei steht *AEP* für „*Aggregate Loss Exceeding Probability*“ und *OEP* für „*Occurrence Loss Exceeding Probability*“.

Die Verteilung des Jahres-Gesamtschadens S und damit die *AEP*-Kurve lässt sich nur mit numerischen Methoden berechnen.

Das Poisson-Frequenzmodell erlaubt aber eine einfache Berechnung der *OEP*-Kurve, wenn die Szenarien nach Größe der Schäden L_j angeordnet sind, d.h. wenn gilt

$$L_1 < L_2 < \dots < L_j < \dots$$

Die *OEP*-Kurve hat dann die Form

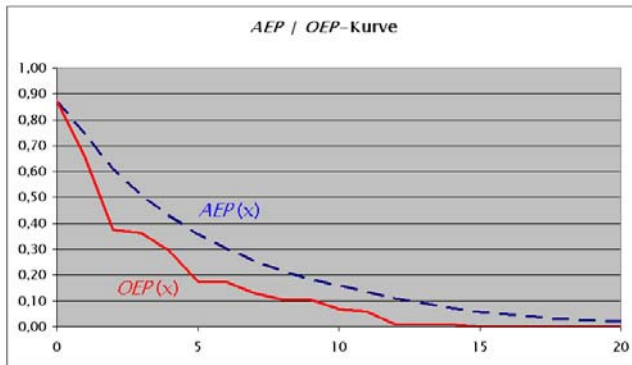
$$OEP(L_j) = P(M > L_j) = 1 - \exp\left\{-\sum_{i>j} \lambda_i\right\}.$$

Es ist anschaulich klar, dass die *AEP*-Kurve immer oberhalb der *OEP*-Kurve liegt, weil der Jahres-Summenschaden S immer

Solvency II kompakt

Das aktuelle Kompetenzportal zu Solvency II

mindestens so groß wie der Jahres-
Maximalschaden M ist. Die AEP -Kurve ist
typischerweise auch glatter als die OEP -
Kurve.

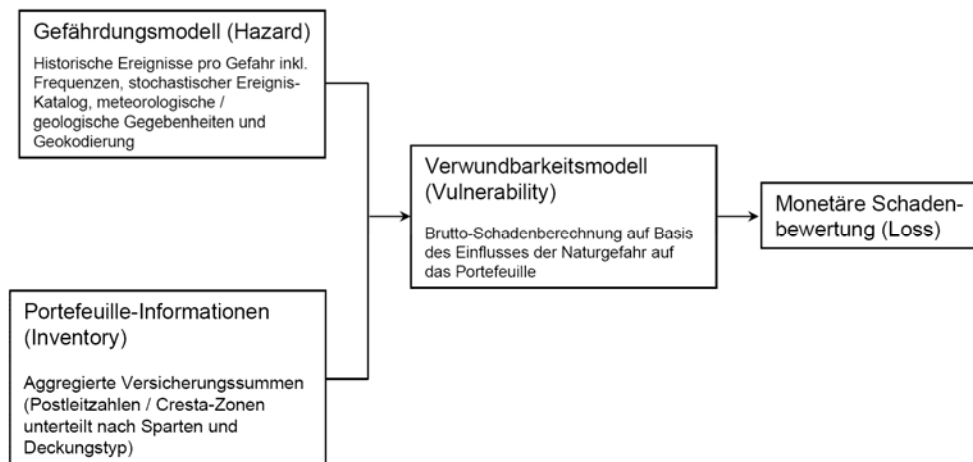


Beispiel von AEP-/OEP-Kurven
Quelle: eigene Darstellung

Fortgeschrittene geophysikalische Modelle
enthalten neben den deterministischen
Schäden L_j auch Angaben zu den
Standardabweichungen oder sogar ganze
Verteilungsmodelle (sog. *secondary
uncertainties*). Meist werden auch noch
Varianten für die Frequenzverteilungen der
Szenarien betrachtet. Die AEP - und OEP -
Kurven können dann im Allgemeinen nicht
mehr explizit berechnet werden; sie
werden in diesen Fällen alternativ mit
Methoden der Monte-Carlo-Simulation
generiert.

Modellkomponenten

Die einzelnen Komponenten eines geophysikalischen Modells folgen grundsätzlich folgendem Aufbau:



Quelle: eigene Darstellung

Das *Gefährdungsmodul* enthält neben den historischen und synthetischen Ereignissen (Szenarien), die Schadenfrequenz-Parameter (*Rates*) λ_j im Poisson-Frequenzmodell oder andere Angaben und Parameter für alternative Frequenz-Verteilungen.

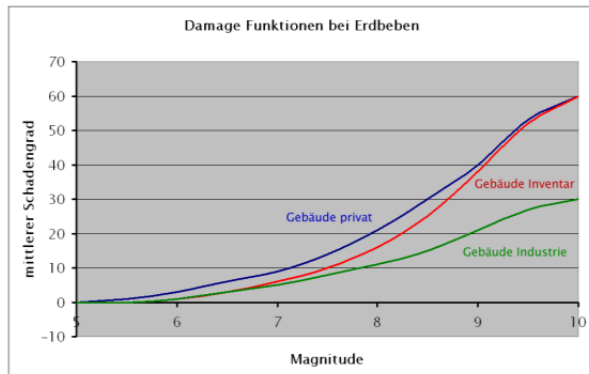
Das *Inventarmodul* gibt u.a. Auskunft darüber, wo sich die versicherten Objekte befinden, welche Art von Versicherung vorliegt und wie groß die betroffenen Versicherungssummen sind.

Das *Verwundbarkeitsmodul* beruht sehr wesentlich auf ingenieurwissen-schaftlichen Erkenntnissen darüber, welche Schäden (Art und Höhe) je nach geophysikalischen Gegebenheiten an den

versicherten Objekten entstehen können. Die dabei als Funktion von Winddruck, Windstärke, Magnitude (MMI) bei Erdbeben, Überschwemmungshöhe und –dauer usw. verwendeten Kurven zur Darstellung des Grades der Beschädigung heißen *Damage Functions* und bilden vor allem bei den kommerziellen Anbietern geophysikalischer Modelle ein Herzstück ihrer Produkte.

Solvency II kompakt

Das aktuelle Kompetenzportal zu Solvency II



Das *Schadenbewertungsmodul* transferiert schließlich die Beschädigungsgrade in äquivalente Geldgrößen; hierdurch ergeben sich im Prinzip die monetären Schaden L_j (*Losses*).

Typische Schadensgrad-Kurven bei Erdbeben
Quelle: eigene Darstellung